

إعداد: عبد المطلب

الأعداد المركبة

Nombres Complexes

تمرين 5

في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لاحقة النقطة M هي العدد المركب $z = x + iy$ ، x و y عددين حقيقيين. نرفق بكل عدد مركب $z \neq 2$ العدد المركب Z حيث:

$$Z = \frac{z+2}{z-2}$$

1- اكتب Z على الشكل الجبري.

2- عيّن المجموعة E_1 للنقط M من المستوى حتى يكون Z عددا حقيقيا، والمجموعة E_2 للنقط M من المستوى حتى يكون Z عددا تخيليا صرفا.

3- عيّن وأنشئ المجموعة E_3 للنقط M من المستوى حتى يكون Z عددا تخيليا صرفا بحيث جزؤه التخيلي سالبا تماما.

$$(y > 0) \cap [r = 2; O(0,0)] \quad r = 2; O(0,0) \quad y = 0$$

تمرين 6

في المستوى المركب لاحقة النقطة M هي العدد المركب: $z = x + iy$ ، x و y عددين حقيقيين. نرفق بكل عدد مركب $z \neq -i$ العدد المركب Z حيث:

$$Z = \frac{z-2-i}{z+i}$$

- 1- عيّن $\text{Re}(Z)$ و $\text{Im}(Z)$. (الجزء الحقيقي والجزء التخيلي)
- 2- عيّن مجموعة النقط M من المستوى بحيث:
- يكون Z عددا حقيقيا.
- يكون Z عددا تخيليا صرفا.
- تكون $|Z| = \sqrt{2}$.

$$r = 4; \Omega(-2, -3) \quad r = \sqrt{2}; \Omega(1, 0) \quad y = x - 1$$

تمرين 7

في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لاحقة النقطة M هي العدد المركب: $z = x + iy$ ، x و y عددين حقيقيين. نرفق بكل عدد مركب $z \neq i$ العدد المركب $f(z)$:

$$f(z) = \frac{2z-i}{iz+1}$$

- 1- عيّن وأنشئ المجموعة E للنقط M من المستوى حتى يكون $f(z)$ عددا حقيقيا موجبا تماما. (وحدة الطول 4cm)
- 2- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $\overline{f(z)} = \frac{7}{4}i$.

$$z = 3i \quad [r = 1/4; \Omega(0, 3/4)] \cap (x > 0)$$

تمرين 1

اكتب على الشكل الجبري الأعداد المركبة التالية:

$$z_1 = (1+2i)^2(3+4i) + (1-i)^3 + 20$$

$$z_2 = \frac{1+18i}{3+4i} + \frac{7-26i}{3-4i} - \frac{-2+15i}{i}$$

$$z_3 = [(-\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1)i]^2$$

$$z_5 = \left(\frac{5+7i}{-7+5i}\right)^{2021} \quad z_4 = \frac{-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}i}{1+\sqrt{2}i-i}$$

$$-i \quad 1+i \quad -4(2+\sqrt{3})i \quad -7-2i \quad -7-2i$$

تمرين 2

حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلات التالية:

$$z.\bar{z} + 2z - 3\bar{z} - 31 - 25i = 0 \quad (1)$$

$$z^2 + 4\bar{z} - 5 = 0 \quad (2)$$

$$(z + \bar{z})^2 + 2iz.\bar{z} - 4i = 0 \quad (3)$$

$$\pm\sqrt{2}i \quad 1; -5; 2-\sqrt{7}i; 2+\sqrt{7}i \quad -2+5i; 3+5i$$

تمرين 3

عيّن مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى المركب بحيث:

$$|z-1+i| = |z+1| \quad (1)$$

$$|iz-3-2i| = 3 \quad (2)$$

$$z + \bar{z} = |z| \quad (3)$$

$$(y = \sqrt{3}x) \cup (y = -\sqrt{3}x) \quad x \geq 0 \quad r = 3; \Omega(2, -3) \quad 4x-2y-1=0$$

تمرين 4

في المستوى المركب، لاحقة النقطة M هي العدد المركب: $z = x + iy$ ، x و y عددين حقيقيين. نرفق بكل عدد مركب z العدد المركب Z حيث:

$$Z = 2z.\bar{z} + iz - (2+i)\bar{z} - 7 + 2i$$

- 1- اكتب Z على الشكل الجبري.
- 2- عيّن وارسم المجموعة E_1 للنقط M من المستوى حتى يكون Z عددا حقيقيا. (وحدة الطول 2cm)
- 3- عيّن وارسم المجموعة E_2 للنقط M من المستوى حتى يكون Z عددا تخيليا صرفا.

$$r = 2; \Omega(1/2, 1/2) \quad y = -1$$

تمرين 8

اكتب على الشكل المثلثي الأعداد المركبة التالية:

$$z_4 = 5, z_3 = 3 + i\sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} + i, z_1 = 2 + 2i$$

$$z_7 = (\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^5, z_6 = (1 - \sqrt{3})i, z_5 = -8ie^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$z_{10} = \frac{3\sqrt{2}i}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}, z_9 = \frac{-1-i}{1+i\sqrt{3}}, z_8 = (1-i\sqrt{3})(1+i)$$

$$z_{13} = \alpha i (\alpha \in \mathbb{R}), z_{12} = \frac{5+i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}, z_{11} = \left(\frac{-2\sqrt{2}}{-2+2i}\right)^{1443}$$

$$z_{15} = -2(\cos\theta + i\sin\theta) (\theta \in \mathbb{R}), z_{14} = \alpha i (\alpha \in \mathbb{C})$$

$$z_{16} = \sin 2\theta + 2i\sin^2\theta (0 < \theta < \pi)$$

$$z_{18} = \sin\theta + i\cos\theta, z_{17} = \frac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta} \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

$z_7 \left[32, -\frac{5\pi}{4}\right]$	$z_6 \left[\sqrt{3}-1, -\frac{\pi}{2}\right]$	$z_5 \left[8, -\frac{\pi}{3}\right]$	$z_2 \left[2, \frac{5\pi}{6}\right]$
$z_{11} \left[1, \frac{3\pi}{4}\right]$	$z_{10} \left[3, \frac{3\pi}{4}\right]$	$z_9 \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{11\pi}{12}\right]$	$z_8 \left[2\sqrt{2}, -\frac{\pi}{12}\right]$
$z_{17} [1, 2\theta]$	$z_{16} [2\sin\theta, \theta]$	$z_{14} \left[r, \theta + \frac{\pi}{2}\right]$	$z_{12} \left[2, \frac{\pi}{3}\right]$

تمرين 9

اكتب على الشكل الجبري والأسّي الأعداد المركبة التالية:

$$z_2 = -\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}, z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{6} - i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$z_4 = \frac{(\sqrt{6}e^{i\frac{5\pi}{6}})^2 \cdot e^{i\frac{4\pi}{3}}}{3e^{i\frac{3\pi}{2}}}, z_3 = \left[2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]^4$$

$-2i$	$-8-8\sqrt{3}i$	$1-i$	$-\sqrt{6}+\sqrt{2}i$
$2e^{i\frac{3\pi}{2}}$	$16e^{i\frac{4\pi}{3}}$	$\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$	$2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{6}}$

تمرين 10

ليكن Z عدد مركب معرف كما يلي:

$$Z = \frac{(\sqrt{2}-1)+i(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+i}$$

1- اكتب Z على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي.

2- عيّن الأعداد الصحيحة n حتى يكون Z^n عددا حقيقيا.

3- عيّن الأعداد الصحيحة n حتى يكون Z^n تخيليا صرفا.

4- اكتب على الشكل الأسّي ثم على الشكل الجبري العدد

$$\text{المركب } z \text{ حيث } Z \times z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{13\pi}{12}}$$

$-2\sqrt{3}+2i$	$4e^{i\frac{5\pi}{6}}$	$4k+2$	$4k$	$\left[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]$	$1+i$
-----------------	------------------------	--------	------	--	-------

تمرين 11

z_1, z_2, z_3 ثلاثة أعداد مركبة معرفة بما يلي:

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2}, z_2 = 1-i\sqrt{3}, z_1 = 1+i$$

1- اكتب على الشكل المثلثي كل من z_1 و z_2 .

2- اكتب z_3 على الشكل الجبري وعلى الشكل المثلثي.

3- استنتج قيمتي $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

$$4- \text{بيّن أنّ } n \in \mathbb{N} \cdot \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^n + \left(\frac{\bar{z}_1}{\sqrt{2}}\right)^n = 2\cos\frac{n\pi}{4}$$

$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7\pi}{12}\right]$	$\frac{1-\sqrt{3}}{4} + i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$	$\left[2, -\frac{\pi}{3}\right]$	$\left[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]$
--	--	----------------------------------	--

تمرين 12

z_1, z_2, Z ثلاثة أعداد مركبة معرفة بما يلي:

$$Z = \frac{z_1^5}{z_2^4}, z_2 = \sqrt{2}-i\sqrt{6}, z_1 = 1-i$$

1- عيّن طولية وعمدة كل من z_1, z_2, z_1^5 و z_2^4 .

- استنتج الشكل الجبري لكل من z_1^5 و z_2^4 .

2- عيّن الجزء الحقيقي والجزء التخيلي للعدد المركب Z .

3- احسب طولية وعمدة العدد Z ثم استنتج قيمة $\tan\frac{\pi}{12}$.

4- عيّن الأعداد الصحيحة n حتى يكون Z^n عددا حقيقيا موجبا.

$\left[64, -\frac{4\pi}{3}\right]$	$\left[4\sqrt{2}, -\frac{5\pi}{4}\right]$	$\left[2\sqrt{2}, -\frac{\pi}{3}\right]$	$\left[\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$
$24k$	$2-\sqrt{3}$	$\left[\frac{\sqrt{2}}{16}, \frac{\pi}{12}\right]$	$\frac{-4+4i}{-32+32\sqrt{3}i} = \frac{\sqrt{3}+1}{32} + i\frac{\sqrt{3}-1}{32}$

تمرين 13

z_1, z_2, z_3 ثلاثة أعداد مركبة معرفة بما يلي:

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2}, z_2 = -1+i\sqrt{3}, z_1 = (1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})$$

1- اكتب على الشكل المثلثي كل من z_2 و z_3 ثم z_1 .

2- استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

3- احسب العددين $\left(\frac{z_1+z_2}{\sqrt{2}z_3}\right)^{2022}$ و $\left(\frac{z_3}{\sqrt{2}}\right)^{2021}$.

4- اكتب على الشكل الأسّي الجذور التكعيبية للعدد $2z_3$.

$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$	$\left[2\sqrt{2}, -\frac{\pi}{12}\right]$	$\left[\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}\right]$	$\left[2, \frac{2\pi}{3}\right]$
$\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{i\frac{13\pi}{12}}$	$\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$-i$

تمرين 14

$f(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث:

$$f(z) = z^3 - 3\sqrt{2}z^2 + 6z - 18\sqrt{2}$$

1- احسب $f(3\sqrt{2})$ ثم عيّن العدد الحقيقي a بحيث:

$$f(z) = (z - 3\sqrt{2})(z^2 + a)$$

2- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $f(z) = 0$.

3- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن النقاط A, B و C صور الأعداد z_1, z_2

و z_3 حلول $f(z) = 0$ على الترتيب، حيث z_1 عدد حقيقي

و $\text{Im}(z_2) < 0$. عيّن طبيعة المثلثين OAB و ABC .

4- عيّن المجموعة (E) للنقط M من المستوي التي لاحقتها

$$z \text{ حيث: } |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 + |z - z_3|^2 = 36$$

$r=2; \alpha(\sqrt{2}, 0)$ دائرة	$\sqrt{6}i$	$-\sqrt{6}i$	$3\sqrt{2}$	$a=6$
----------------------------------	-------------	--------------	-------------	-------

تمرين 15

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (E) التالية:

$$(iz + 3 + 4i)(z^2 - 4z + 13) = 0$$

2- A, B و C نقط من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لاحقاتها z_0, z_1 و z_2 على

الترتيب حلول $(E): \text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2)$ و $\text{Im}(z_0) = \text{Im}(z_2)$.

• عيّن طبيعة المثلث ABC واحسب إحداثيتي مركز ثقله.

• بيّن أنّ A, B و C تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$ ، يطلب تعيين

مركزها ω ونصف قطرها r . أنشئ المثلث ABC والدائرة $(\mathcal{C})$.

3- بيّن أنّ $(1 + z_0)^{2n} = (1 + z_1)^{2n}$ حيث n عدد طبيعي.

$r=3\sqrt{2}; \alpha(-1, 0)$	$(0, 1)$	$2 + 3i$	$2 - 3i$	$-4 + 3i$
------------------------------	----------	----------	----------	-----------

تمرين 16

نعتبر المعادلة (E) في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ حيث:

$$z^3 + 2(1+i)z^2 + (9+4i)z + 18i = 0$$

1- برهن أنّ (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب حسابه، ثم

عيّن الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يمكن كتابة (E)

$$\text{على الشكل: } (z - z_0)(az^2 + bz + c) = 0$$

2- استنتج الحلين الآخرين z_1 و z_2 حيث $\text{Im}(z_1) < 0$.

3- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن A و B صورتا العددين المركبين z_1

و z_2 على الترتيب. عيّن طبيعة المثلث OAB .

$$4- \text{بيّن أنّ } (z_0 + z_1 + z_2)^{44} = -2^{66}$$

$-1 + 2\sqrt{2}i$	$-1 - 2\sqrt{2}i$	$-2i$
-------------------	-------------------	-------

تمرين 17

1- عيّن الجذرين التربيعيين لكل من العددين المركبين:

$$Z_1 = 3 + 4i \text{ و } Z_2 = 3 - 4i$$

2- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية:

$$Z^2 - 6Z + 25 = 0 \dots (I)$$

3- استنتج حلول المعادلة التالية:

$$(z - i)^4 - 6(z - i)^2 + 25 = 0 \dots (II)$$

4- z_0, z_1, z_2 و z_3 حلول المعادلة (II) و $\text{Re}(z_0) = \text{Im}(z_0)$

$$\text{عيّن العدد الطبيعي } n \text{ حيث } z_0^n = \left(\frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z_0 - 4} \right)^{15}$$

20	2	-2+2i	-2	2+2i	2-i	-2+i	-2-i	2+i
----	---	-------	----	------	-----	------	------	-----

تمرين 18

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية:

$$z^2 - 2mz + m^2 + \sin^2 \alpha = 0$$

z مجهول، m و α وسيطين حقيقيين.

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن M_1 و M_2 نقطتان لاحقاتهما على

الترتيب العددين المركبين: $z_1 = m - i$ و $z_2 = m + i$.

عيّن قيم m حتى يكون المثلث OM_1M_2 متساوي الأضلاع.

3- عيّن قيم α بحيث المعادلة: $z^2 - 2mz + m^2 + \sin \alpha = 0$

تقبل حلين حقيقيين متمايزين. α ينتمي إلى المجال $[-\pi; \pi]$.

$]-\pi; 0[$	$\pm\sqrt{3}$	$m + i \sin \alpha$	$m - i \sin \alpha$
-------------	---------------	---------------------	---------------------

تمرين 19

$f(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث:

$$f(z) = z^4 + (2 - i)z^3 + z^2 + (12 - i)z + 20 - 10i$$

1- تأكد أنّ المعادلة $f(z) = 0$ تقبل حلا حقيقيا $z_0 = -2$.

2- عيّن كثير الحدود $(g(z) = z^3 + az^2 + bz + c)$ حيث:

$$f(z) = (z - z_0) \times g(z) \quad (a, b, c \text{ أعدادا مركبة})$$

3- اكتب $\overline{g(z)}$ بدلالة $\overline{z}$ ، حيث $\overline{z}$ مرافق z ، ثم حل في

مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $g(z) = 0$ إذا علمت أنّها

تقبل حلين مترافقين z_1 و $\overline{z_1}$. الحل z_1 يحقق $\text{Im}(z_1) < 0$.

4- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن النقاط M_0, M_1, M_2, M_3 صور

الأعداد المركبة z_0, z_1, z_2 و z_3 حلول $f(z) = 0$ على

الترتيب. أنشئ الرباعي $M_0M_1M_2M_3$ واحسب مساحته.

7,5 u.a	-2+i	1+2i	1-2i	-2
---------	------	------	------	----

تمرين 20

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1- أنشئ النقط A, B و C ذات الأحداث على الترتيب:
 $z_A = 1 + i$ ، $z_B = 2 - i$ و $z_C = 3 + 2i$.

2- بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3- عيّن لاحقة النقطة I مركز الدائرة $(\mathcal{C})$ المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب نصف قطرها r . ارسم الدائرة $(\mathcal{C})$.

4- عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون $ABDC$ مربعاً. ارسمه.

5- احسب AC ، ثم عيّن وأنشئ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق $z = \sqrt{5}e^{i\theta} + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$.

$r' = \sqrt{5}$; دائرة $(1,1)$	$z_D = 4$	$r = \frac{\sqrt{10}}{2}$	$z_I = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$
---------------------------------	-----------	---------------------------	------------------------------------

تمرين 21 بكالوريا بتصرف

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، الوحدة 1cm . لتكن النقط A, B و C لاحقاتها على الترتيب: $z_A = \sqrt{3} + 3i$ ، $z_B = 2\sqrt{3}$ و $z_C = 2i$.

1- أ) احسب طويلة كل من الأعداد المركبة التالية:
 $z_A - z_C$ ، $z_B - z_A$ و $z_B - z_C$. استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عيّن لاحقة المركز K للدائرة $(\mathcal{C})$ المحيطة بالمثلث ABC ونصف قطرها، ثم مثل المثلث ABC والدائرة $(\mathcal{C})$.

ج) بين أن النقطة O تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$.

2- لتكن النقطة D ذات الاحقة $z_D = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.
 أ) احسب لاحقة النقطة E منتصف القطعة $[AD]$.

ب) بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل ثم مثله.

3- لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق:
 $\arg(z - z_D) = \frac{\pi}{2}$. تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ) ثم عيّن وأنشئ المجموعة (Γ) .

$JDA)$	$z_E = \sqrt{3} + i$	$z_D = \sqrt{3} - i$	$z_K = \sqrt{3} + i$
--------	----------------------	----------------------	----------------------

تمرين 22

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = 2\sqrt{3} - 2i$ و $z_C = -2i$.

1- اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب لاحقة مركز ثقله G .

2- لتكن النقطة D نظيرة A بالنسبة لحامل محور الترتيب. عيّن لاحقة D ، ثم عيّن طبيعته الرباعي $ABCD$ ومثله.

3- احسب $\frac{z_B}{z_D}$ ، واستنتج أن النقط B, O و D في استقامة.

4- أ) عيّن قيمة العدد الحقيقي α ($\alpha \neq -2$) حتى تكون النقطة D مرجحاً للجملة $\{(A,1); (B,\alpha); (C,1)\}$.

ب) نضع $\alpha = -1$. عيّن وأنشئ المجموعة (Γ) للنقط M من هذا المستوي بحيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MC}\|$.

$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$z_G = \sqrt{3} - i$	$z_D = -\sqrt{3} + i$	$2e^{i\pi}$	محور $[CD]$
----------------------	----------------------	-----------------------	-------------	-------------

تمرين 23

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1- نعتبر النقطتين A و B لاحقتيهما على الترتيب:

$$z_B = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \text{ و } z_A = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$$

أ) عيّن اللآحة z_C للنقطة C نظيرة B بالنسبة للمبدأ O .

ب) عيّن اللآحة z_I للنقطة I منتصف القطعة $[AC]$.

ج) عيّن اللآحة z_D للنقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة I .

2- أ) تحقق أن $z_A - z_C = (z_D - z_B)e^{-i\frac{\pi}{2}}$.

ب) ماذا يمكن قوله عن القطعتين $[AC]$ و $[BD]$ ؟

ج) ماهي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ احسب مساحته وارسمه.

3- بين أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة $(\mathcal{C})$ ، يطلب حساب لاحقة مركزها ونصف قطرها r . مثل $(\mathcal{C})$.

4- لتكن النقطة E نظيرة B بالنسبة لحامل محور الفواصل.

أ) عيّن لاحقة النقطة E . بين أن (BE) و (BD) متعامدان.

ب) ماذا يمثل المستقيم (BE) بالنسبة للدائرة $(\mathcal{C})$ ؟

5- عيّن قيمة الوسيط الحقيقي m ، بحيث مجموعة النقط M المعروفة بـ: $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = m$ هي $(\mathcal{C})$.

$m = 8\sqrt{2}$	$z_E = \bar{z}_B$	$z_D = -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$	$z_I = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$	$z_C = -z_B$
-----------------	-------------------	--------------------------------	-------------------------------	--------------

تمرين 24

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 1 - 2i$ ، $z_B = -1$ و $z_C = -i$. عيّن ثم أنشئ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي في كل حالة مما يلي:

$$(1) |z - 1 + 2i| = |z + 1| \quad (2) |z - 1 + 2i| = 2$$

$$(3) |(1+i)\bar{z}| = 3\sqrt{2} \quad (4) z = -i + re^{i\frac{3\pi}{4}} \quad (r \geq 0)$$

$$(5) (z - 1 + 2i)(\bar{z} - 1 - 2i) = 4 \quad (6) \arg(z + i)^2 = 0$$